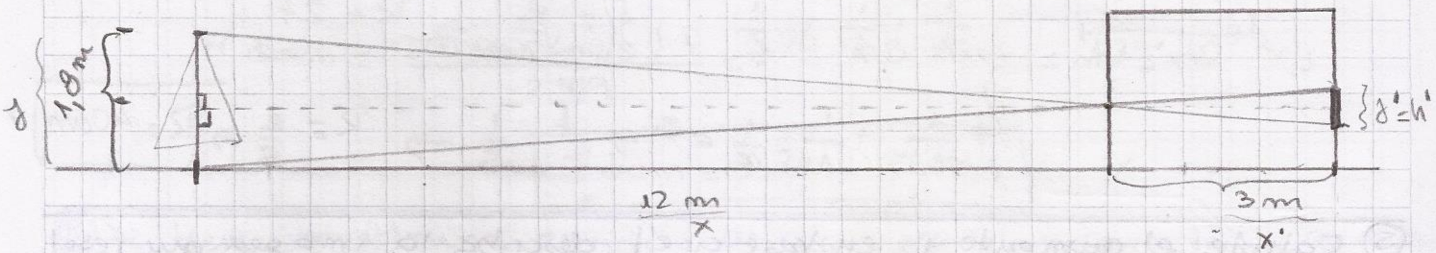
TP1 — Óptica Geométrica — 2018

① Un arbolito de navidad completamente iluminado de 1,8 m de altura se encuentra a una distancia de 12 m de la pared más próxima de un cuarto oscuro de 3 m de lado. En esta pared hay un pequeño orificio. ¿Cuál es el tamaño de la imagen del arbolito sobre la pared opuesta del interior del cuarto oscuro?



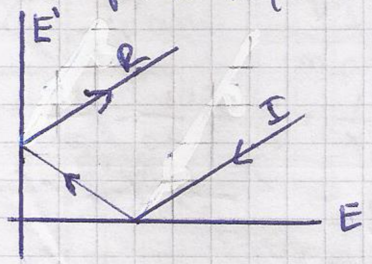
$x = 12\ m$ $\quad x' = 3\ m$

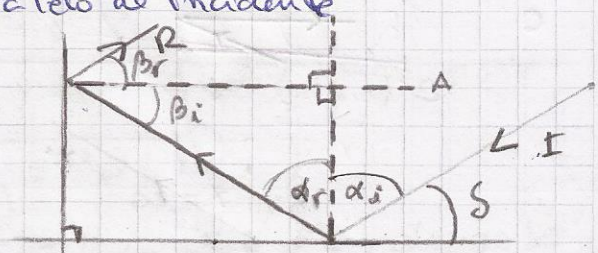
$y = 1,8\ m$

$$\frac{y}{x} = \frac{y'}{x'} \rightarrow y' = \frac{y \cdot x'}{x} = \frac{1,8 \times 3}{12} = 0,45\ m$$

$\boxed{\text{El tamaño de la imagen en la pared op. es 45 cm}}$ ✓

② Un rayo de luz I incide sobre un espejo E reflejándose sobre otro espejo E' que forma un ángulo recto con el primero. Demostrar que el rayo reflejado R es paralelo al incidente.





$\delta + \alpha_i = 90°$, $\alpha_r = \alpha_i$, $\beta_r = \beta_i$, si $\delta = \beta_r \Rightarrow R \parallel I$

pues $A \parallel E$

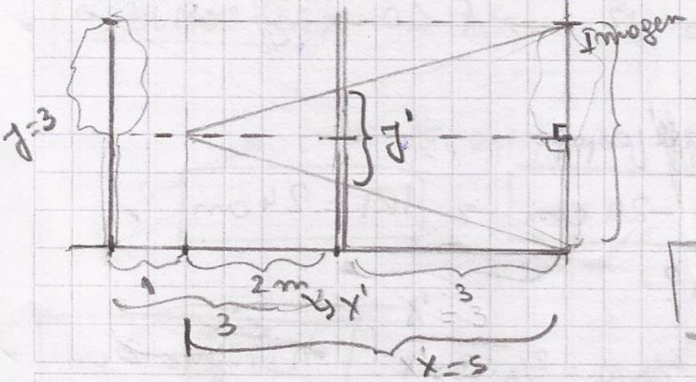
$\beta_i + \alpha_r + 90° = 180° \longrightarrow \beta_r + \alpha_i = 90°$

$\delta = 90° - \alpha_i \longrightarrow = \longleftarrow \beta_r = 90° - \alpha_i$

$\therefore R \parallel I$

visto en clase

③ Una persona se encuentra a 2 m delante de un espejo plano. Detrás de la persona, a 1 m, hay un árbol de 3 m de altura. ¿Qué long. mínima de espejo necesita la persona para ver el árbol completo?



$x' = 2 \qquad y' = ?$

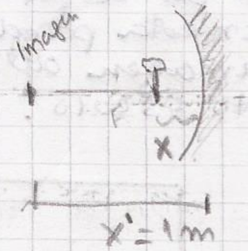
$x = 5 \qquad y = 3$

$$\frac{y}{x} = \frac{y'}{x'}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{y'}{2} \rightarrow y' = 1,2$$

$\boxed{\text{La long. mínima del espejo es 1,20 m}}$ ✓

④ Un espejo esférico cóncavo de pequeña abertura forma la imagen de una flor en una pantalla a 1 m de distancia del espejo. Sabiendo que la flor está a 25 cm del espejo, determine el radio de curvatura del mismo



x : distancia entre objeto y espejo → x = 0,25

x' : " " imagen y espejo → x' = 1.00

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \quad , \; f = \frac{R}{2} \rightarrow R = 2f$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{0{,}25} + \frac{1}{1} = \frac{1}{f} = 5 \rightarrow f = \frac{1}{5} \rightarrow R = \frac{2}{5} \rightarrow \boxed{R = 40\,cm}$$ ✓

---

⑤ Calcule el aumento y, en base a él, describa la imagen que resultaría para un objeto de 3 cm de altura, colocado a 20 cm de un espejo esférico usado para maquillarse o afeitarse, sabiendo que dicho espejo tiene un radio de curvatura de 60 cm.

Espejo p/ maquillarse o afeitarse → cóncavo , $f = \frac{R}{2} \rightarrow f = \frac{60}{2} = 30$

$$A = \frac{y'}{y}$$

y = 3 cm
x = 20 cm
x' = ?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{20} + \frac{1}{x'}$$

$$\rightarrow \boxed{x' = -60\,cm}$$

s/ apunte: $-\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \rightarrow y' = -\frac{x' y}{x} = \frac{-(-60)3}{20} = 9$

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{9}{3} = 3 \rightarrow \boxed{A = 3} \rightarrow$$ ✓

Imagen: Ampliada, $|A| > 1$
Derecha ; $A > 0$
virtual , $x' < 0$ ✓

---

⑥ Un espejo esférico produce una imagen a una distancia de 4 cm por detrás del espejo cuando el objeto de 3 cm de altura, se encuentra a 6 cm frente al espejo.

a) ¿Es cóncavo o convexo?

x' = −4 (detrás del espejo) , y = 3 , x = 6

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{-4} = -\frac{1}{12} \rightarrow f = -12 \rightarrow f < 0 \rightarrow \boxed{\text{es CONVEXO}}$$ ✓

b) Calcule el radio de curvatura del espejo

$$R = 2f = 2 \times (-12) = -24 \quad \boxed{R = -24\,cm} \rightarrow \boxed{|R| = 24\,cm}$$ ✓

c) ¿Cuál será la altura de la imagen?

$$A = -\frac{x'}{x} = -\frac{-4}{6} = 2/3 \rightarrow y' = 2/3\, y = 2/3 \cdot 3 = 2 \quad \boxed{h\ \text{imagen} = 2\,cm}$$ ✓

NOTA

⑦ Hallar la velocidad de la luz en el interior del diamante.

Vel. Luz en el vacío $\cong$ 300.000 Km/s

n vacío $= 1$
n diamante $= 2{,}419$

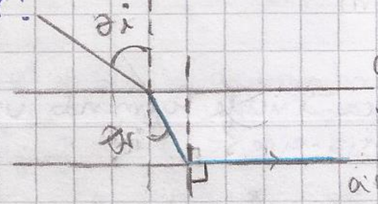
$$\frac{v_{luz}}{v_{diam}} = \frac{n_{diam}}{n_{vacío}} \rightarrow v_{diam} = \frac{v_{luz} \cdot n_{vacío}}{n_{diam}}$$

$$v_{diam} = \frac{300\,000 \text{ Km/s} \cdot 1}{2{,}419} = 124.018 \text{ Km/s} = 1{,}24 \times 10^{8} \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{diam} = 1{,}24 \times 10^{8} \text{ m/s}}$$ ✓

⑧ Se tiene una lámina de vidrio de caras paralelas cuyo índice de refracción es $n = 1{,}5$. Si la misma está en aire ¿con qué ángulo debe incidir la luz en la cara superior para que se produzca reflexión total en la cara inferior?

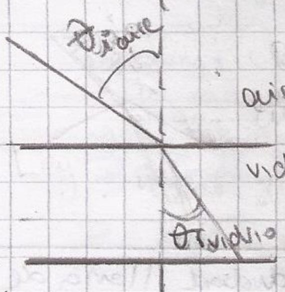
$n_{vidrio} = 1{,}5$



Ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen}(\theta_1) = n_2 \operatorname{sen}(\theta_2)$$

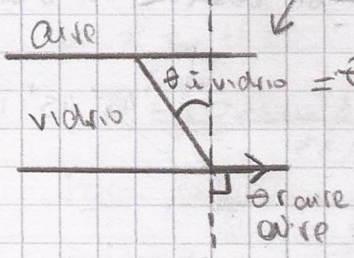
1



$$\underbrace{n_{aire}}_{1} \operatorname{sen}(\theta_{i\,aire}) = \underbrace{n_{vidrio}}_{1{,}5} \cdot \operatorname{sen}(\theta_{r\,vidrio})$$

$$\frac{\operatorname{sen}(\theta_{i\,aire})}{\operatorname{sen}(\theta_{r\,vidrio})} = 1{,}5 \quad \text{(I)}$$

$$\boxed{\theta_{r\,vidrio} = \theta_{i\,vidrio} = \theta_{c\,vidrio}}$$



$$\theta_{i\,vidrio} = \theta_{c\,vidrio} \rightarrow n_{vidrio} \cdot \operatorname{sen}(\theta_{c\,vidrio}) = \underbrace{n_{aire}}_{1} \cdot \operatorname{sen}(\underbrace{\theta_{r\,aire}}_{90})$$

$$1{,}5 \ \operatorname{sen}(\theta_{c\,vidrio}) = 1$$

$$\rightarrow \operatorname{sen}\theta_{c\,vidrio} = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{sen}(\theta_{c\,vidrio}) = \operatorname{sen}(\theta_{r\,vidrio}) = \frac{2}{3} \rightarrow \theta_{r\,vidrio} = 41^\circ\ 48'\ 37''$$

no era necesario calcularlo

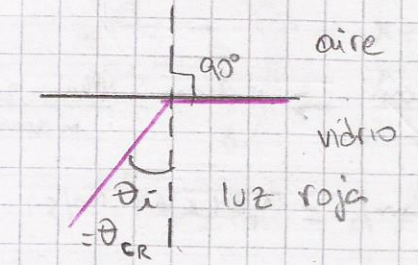
(I) $$\operatorname{sen}(\theta_{i\,aire}) = 1{,}5 \cdot \operatorname{sen}(\theta_{r\,vidrio}) = 1{,}5 \times \frac{2}{3} = 1$$

$$\operatorname{sen}(\theta_{i\,aire}) = 1 \rightarrow \boxed{\theta_{i\,aire} = 90^\circ}$$

NOTA

9) Los índices de refracción de cierta clase de vidrio para la luz roja y violeta son, respectivamente, 1,51 y 1,53.

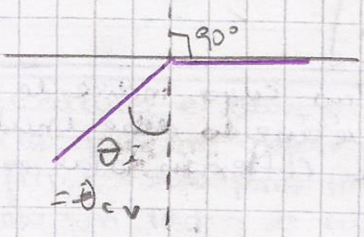
a) Halle los ángulos límites de reflexión total para el caso en que estos rayos inciden sobre la superficie de separación vidrio-aire



Ley de snell:

$$n_{luz\ roja} \cdot sen(\theta_{CR}) = \overbrace{n_{aire}}^{1} \cdot \overbrace{sen(90)}^{1}$$

$$sen(\theta_{CR}) = \frac{1}{n_{luz\ roja}} = \frac{1}{1{,}51} \rightarrow \boxed{\theta_{Cr} = 41°\ 28'\ 18''}$$



$$n_{luz\ violeta} \cdot sen(\theta_{CV}) = n_{aire} \cdot sen(90)$$

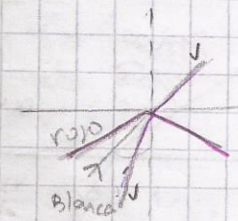
$$sen(\theta_{CV}) = \frac{1}{1{,}53} \rightarrow \boxed{\theta_{CV} = 40°\ 48'\ 47''}$$

b) ¿Qué ocurre si un rayo de luz blanca incide formando un ángulo de 41° sobre la superficie de separación vidrio-aire?

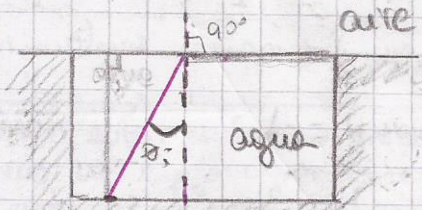
$$40°48'47 < 41° < 41°\ 28'\ 18''$$

$$\theta_{CV} < 41° < \theta_{Cr}$$

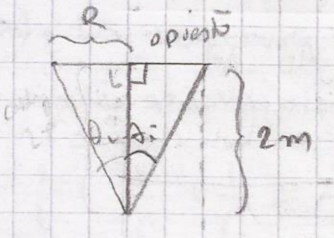
El violeta se refracta, el rojo se refleja



10) En el fondo de una piscina de 2 metros de profundidad llena de agua se encuentra un foco que irradia luz en todas direcciones. ¿Cuál es el diámetro de la mancha luminosa que se observa en la sup?



$$sen(\theta_i) = \frac{n_{aire}}{n_{agua}} = \frac{1}{1{,}33} \rightarrow \boxed{\theta_i = 48°\ 45'\ 12''}$$



$$\frac{opuesto}{ady} = tg(\theta_i) \rightarrow opuesto = tg(\theta_i)\ adyacente =$$

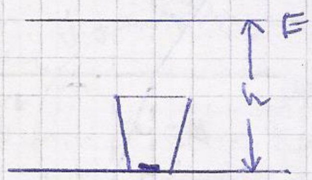
$$= 1{,}14 \times 2 = 2{,}28$$

$$R = 2{,}28$$

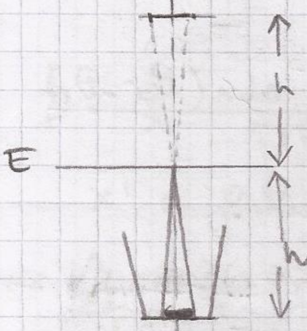
$$\rightarrow \boxed{Diámetro = 4{,}56m}$$

NOTA

(11) Un espejo plano E se encuentra a una altura h por encima del fondo de un vaso vacío según indica la figura.



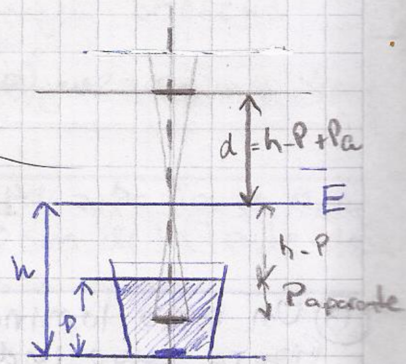
a) ¿Dónde se encuentra la imagen de una delgada moneda situada en el fondo del vaso formada por el espejo? ¿Qué clase de imagen es?



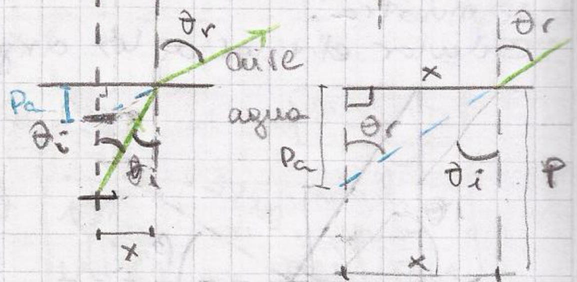
La imagen se encuentra a $2h$ del objeto.

La imagen es virtual, invertida y del mismo tamaño

b) Al llenar el vaso de agua, la imagen de la moneda ¿se mueve hacia arriba o se mueve hacia abajo?



Deducir una expresión general de la distancia de la moneda a su imagen dada por el espejo, en función de h y de la profundidad p que alcanza el agua (índice n) en el vaso.



P = profundidad

Pa = profundidad aparente

Ley de Snell:

$$\overbrace{n_{agua}}^{1,33} \, sen(\theta_i) = \overbrace{n_{aire}}^{1} \, sen(\theta_r)$$

Para pequeñas aperturas $\rightarrow$ si $\theta < 7° \rightarrow tg(\theta) \cong sen(\theta)$ y $tg = \frac{op}{ady}$

Entonces: $\overbrace{n_{agua}}^{1,33} \cdot tg(\theta_i) = \overbrace{n_{aire}}^{1} \, tg(\theta_r)$, $tg(\theta_i) = \frac{x}{P}$, $tg(\theta_r) = \frac{x}{Pa}$

$$1,33 \cdot \frac{x}{P} = 1 \cdot \frac{x}{Pa} \longrightarrow Pa = \frac{P}{1,33}$$

La distancia desde "el objeto" en realidad se toma desde la imagen refractada de la moneda $\rightarrow d = h - P + Pa$

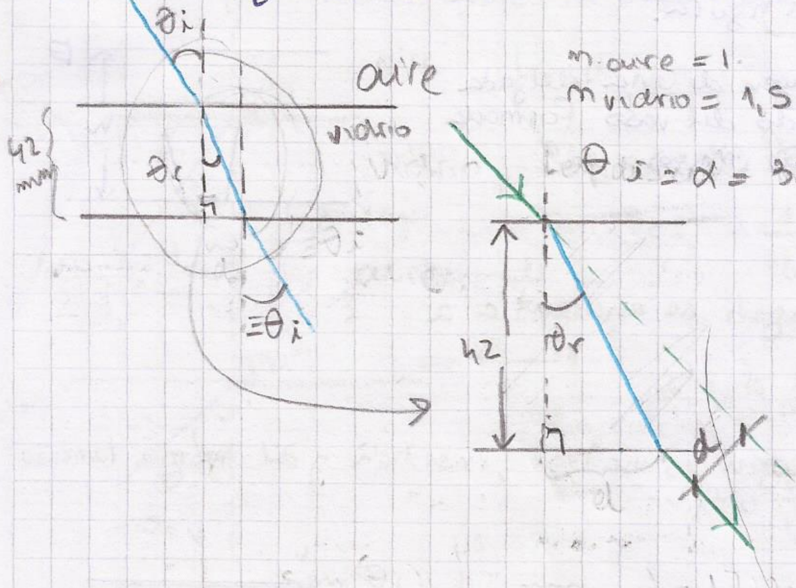
$d < h \longrightarrow$ la imagen de la moneda se mueve hacia abajo

Distancia entre objeto e imagen = D_t

$$D_t = h + d = \underline{h + h - P + Pa} = 2h - P + \frac{P}{n} = 2h + \frac{-nP + P}{n} = 2h + \frac{P(1-n)}{n}$$

$$\boxed{D_t = 2h + \frac{P(1-n)}{n}} \equiv 2h - \frac{P(n-1)}{n}$$

(12) Sobre una lámina de vidrio de caras paralelas de espesor $e = 42$ mm y cuyo índice de refracción vale $n = 1,5$, incide un rayo luminoso con ángulo $\alpha = 37° 40'$. Si la lámina se encuentra rodeada de aire ¿cuánto vale el corrimiento lateral d de dicho rayo?



$n_{aire} = 1$

$n_{vidrio} = 1,5$

$e = 42$ mm

$\theta_i = \alpha = 37° 40'$

$$d = \frac{e}{\cos(\theta_r)} \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_r)$$

Ley de Snell:

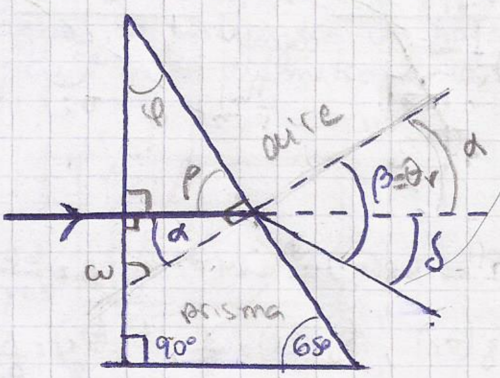
$$\underbrace{n_{aire}}_{1} \underbrace{\operatorname{sen}(\theta_i)}_{\operatorname{sen}(\alpha)} = \underbrace{n_{vidrio}}_{1,5} \operatorname{sen}(\theta_r)$$

$$\rightarrow \operatorname{sen}(\theta_r) = \frac{\operatorname{sen}(\theta_i)}{1,5} = 0,407 \rightarrow \theta_r = 24° 2' 24''$$

$$d = \frac{42 \text{ mm} \cdot \operatorname{sen}(37° 40' - 24° 2' 24'')}{\cos(24° 2' 24'')} = \boxed{10,83 \text{ mm} = d}$$

(13) Un rayo luminoso entra por la cara izquierda del prisma de la figura cuyo índice de refracción es $n = 1,5$ y emerge al aire como se muestra.

Calcular el valor de los ángulos α, β y δ



$$\varphi = 180° - 90° - 65° = \boxed{25° = \varphi}$$

$$\rho = 180° - \varphi - 90° = \boxed{65° = \rho} \rightarrow \text{también x teorema de tales}$$

$$\omega = 180 - \varphi - 90° = \boxed{65° = \omega}$$

$$\alpha = 180° - 90° - \omega = \boxed{25° = \alpha} = \theta_i$$

Ley de Snell: $\underbrace{n_{prisma}}_{1,5} \cdot \operatorname{sen}(\underset{\theta_i}{\alpha}) = \underbrace{n_{aire}}_{1} \cdot \operatorname{sen}(\underset{\theta_r}{\beta}) \rightarrow \operatorname{sen}(\beta) = 0,6339$

$$\rightarrow \boxed{\beta = 39° 20' 25''}$$

$$\beta = \delta + \alpha \rightarrow \delta = \beta - \alpha = 39° 20' 25'' - 25° = \boxed{\delta = 14° 20' 25'}$$

TD1 Óptica

HOJA Nº

FECHA 2018

(14) Un objeto de 2 cm de alto se coloca a 5 cm a la derecha de una lente delgada de $P = 10D$.
Calcule el aumento y el tamaño de la imagen y justifique cuáles serán las características de dicha imagen

$P = 10D = \frac{1}{f} \rightarrow f = \frac{1}{10} = 0{,}1\,m$, $x = 5\,cm = 0{,}05\,m$

$\frac{1}{F} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \longrightarrow \frac{1}{0{,}1} = \frac{1}{0{,}05} - \frac{1}{x'} \rightarrow \frac{1}{x'} = 10 \rightarrow x' = \frac{1}{10} \rightarrow x' = 0{,}1$

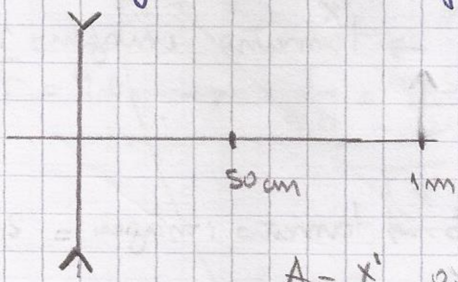
$x' = 0{,}1 > 0$

$A = \frac{x'}{x} = \frac{0{,}1}{0{,}05} = 2$

$h = 2 \rightarrow h_A = 4\,cm$

$x' > 0 \rightarrow$ imagen virtual
$|A| > 1 \rightarrow$ imagen AMPLIADA
$A > 0 \rightarrow$ imagen DERECHA
$A = 2$, h imagen ampliada $= 4\,cm$

(15) ¿Cuál debe ser la abscisa focal y la potencia de una lente divergente para que forme una imagen virtual a 50 cm de la lente de una hormiga que está a 1 m a la derecha de la misma.
Localice gráficamente y describa la imagen



$\frac{1}{F} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{1} - \frac{1}{0{,}5} = -1 \rightarrow \boxed{F = -1\,m}$

$P = \frac{1}{F} = \frac{1}{-1} = -1 \rightarrow \boxed{P = -1D}$

$A = \frac{x'}{x} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5$

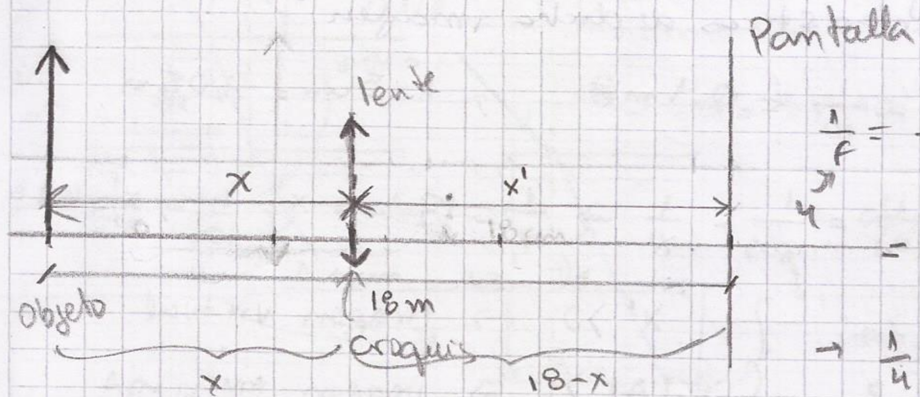
	imagen
$x' > 0 \rightarrow$	VIRTUAL
$\lvert A\rvert < 1 \rightarrow$	DISMINUIDA
$A > 0 \rightarrow$	DERECHA

• $\boxed{P = \frac{1}{f\ \text{en metros}}}$

NOTA

(16) Se coloca un objeto de 5 cm de altura a 18 cm de una pantalla. Hallar:

a) ¿En qué puntos entre pantalla y objeto puede colocarse una lente delgada convergente de 4 cm de distancia focal para obtener la imagen del objeto en la pantalla?



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-18} =$$

$$= \frac{x-18-x}{x(x-18)} = \frac{-18}{x^2-18x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} = \frac{-18}{x^2-18x} \rightarrow x^2-18x+72=0$$

$x_1 = 12$ $\quad x_2 = 6$

para como la lente va entre objeto y pantalla $\rightarrow x' < 0 \rightarrow -(18-x) = x-18$

$$\boxed{x_1 = 6\text{ cm} \qquad x_2 = 12\text{ cm}}$$

b) El tamaño de la imagen en cada caso

en $x_1 = 6\text{cm} \rightarrow x'_1 = x_1 - 18 = -12$

$$A_1 = \frac{x'}{x} = \frac{-12}{6} = -2 \rightarrow |A| = 2 \rightarrow \text{tamaño imagen} = 10\text{cm}$$

en $x_2 = 12\text{cm} \rightarrow x'_2 = x_2 - 18 = -6$

$$A = \frac{x'}{x} = \frac{-6}{12} = -0.5 \rightarrow |A| = 0.5 \rightarrow \text{tamaño imagen} = 2{,}5\text{cm}$$

Con la lente a 12 cm → imagen 2,5cm
Con la lente a 6 cm → imagen 10 cm

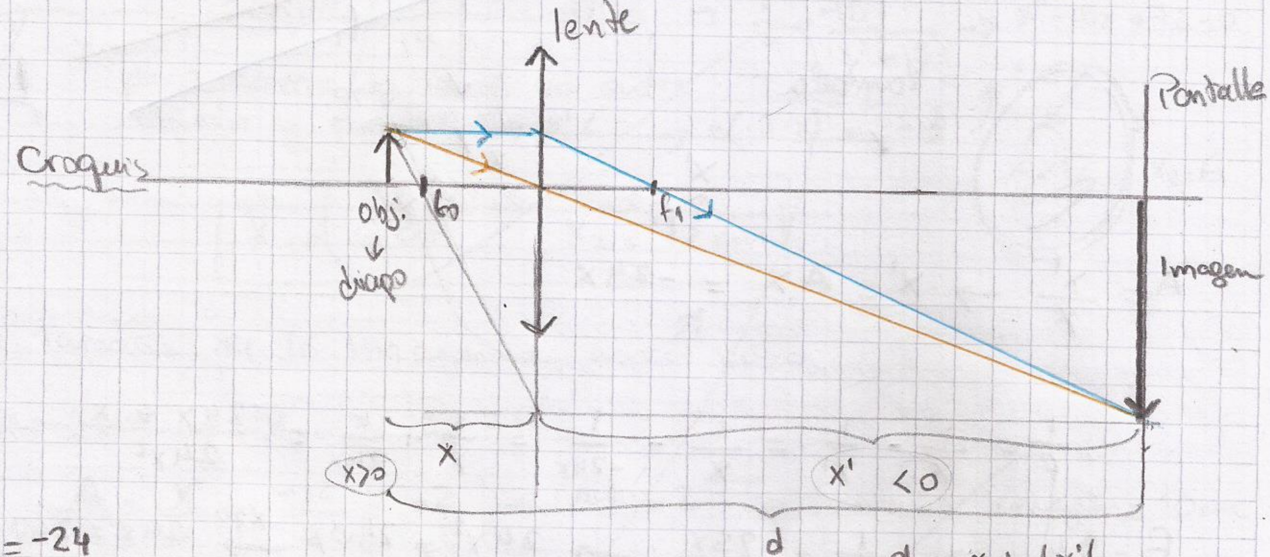
NOTA

(18) Se quiere que un proyector de transparencias (diapositivas) proyecte en la pantalla una imagen amplificada 24 veces.
Se sabe que la abscisa focal de la lente del proyector es 9,6 cm
Averiguar a qué distancia de la transparencia se debe colocar la pantalla.

Como la lente AUMENTA → es convergente

El proyector invierte la imagen → $A<0$ → $A=-24$ → $\underbrace{x'<0}_{\text{imagen real}}$

Entonces, el caso de lente es:



$d = x + |x'|$ incógnita

datos $\begin{cases} A = -24 \\ f = 9{,}6 \text{ cm} \end{cases}$

• $A = \frac{x'}{x} \rightarrow Ax = x'$

• $\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{x} - \frac{1}{Ax} = \frac{Ax - x}{Ax^2} = \frac{-24x - x}{-24x^2} = \frac{-25x}{-24x^2} = \frac{1}{9{,}6 \text{ cm}} \leftarrow \frac{1}{f}$

$\rightarrow 9{,}6 . 25x = 24x^2 \rightarrow 24x^2 - 240x = 0 \rightarrow x = 0$, $\boxed{x = 10} \leftarrow x>0$

$x = 10 \longrightarrow Ax = x' = -24 . 10 = \boxed{-240 = x'}$

$d = x + |x'| = 10 + |-240| = 250$

$\boxed{d = 250 \text{ cm}}$

NOTA